



# LAS PRUEBAS DE LA EDUCACIÓN

18 DE FEBRERO  
CAIXAFORUM VALENCIA

## MATEMÁTICAS MANIPULATIVAS Y PENSAMIENTO COMPUTACIONAL

Pablo Beltrán Pellicer  
(Universidad de Zaragoza)

EduCaixa  
Fundación "la Caixa"

Universidad  
del País Vasco  
Euskal Herriko  
Unibertsitatea

Kultura  
Zientifikoko Katedra  
Cátedra  
Cultura Científica

fundación  
PROMAESTRO

EDULAB  
teams

Colabora



Forum Europeu d'Administradors de  
l'Educació de la Comunitat Valenciana

# MANIPULATIVOS Y PENSAMIENTO COMPUTACIONAL EN MATEMÁTICAS

Pablo Beltrán-Pellicer

pbeltran@unizar.es

 @pbeltranp

[www.tierradenumeros.com](http://www.tierradenumeros.com)



**Universidad**  
Zaragoza





## Recuerdos del ayer

<https://www.researchgate.net/publication/357278703> Recuerdos del ayer

# Pensamiento computacional

- ¿Es más fácil el algoritmo escrito de la suma que el cálculo oral?
- Están basados en reglas que son poco intuitivas para el alumnado, basadas en propiedades del SND.
- Son reglas difíciles de justificar.
- Necesitan realizar un esfuerzo importante de memorización.
- Han perdido su utilidad.

*Repensemos el papel que han de jugar en el aprendizaje.*

# Pensamiento computacional

- Los alumnos deberían comprender y saber justificar las reglas del algoritmo.
- Es importante que el alumnado sepa utilizar otras técnicas de cálculo:
  - Cálculo mental.
  - Calculadora.

$$\begin{array}{r} 4 \quad 3 \quad 5 \\ \begin{array}{r} 1 \quad 2 \quad 9 \quad 6 \\ \hline 5 \quad 6 \quad 4 \quad 0 \quad 2 \quad 1 \\ 4 \quad 3 \quad 4 \\ \hline 1 \quad 2 \quad 9 \quad 0 \\ \quad 8 \quad 7 \quad 0 \\ \hline 4 \quad 2 \quad 0 \quad 2 \\ 3 \quad 9 \quad 1 \quad 5 \\ \hline 2 \quad 8 \quad 7 \quad 1 \\ 2 \quad 6 \quad 1 \quad 0 \\ \hline 2 \quad 6 \quad 1 \end{array} \end{array}$$

*En primer ciclo, solo cálculo oral y escrito en horizontal...*

# Algoritmo de la suma con puntos, barras...

- ¿Qué instrucciones hay que dar a los alumnos para que la manipulación de ese material les permita realizar la suma  $453+378$  y justificar, posteriormente, el algoritmo de la suma?
- Escribe el algoritmo de la suma de  $453+378$ , e indica qué significan las *llevadas*.

# Resta

- Anglosajón vs tradicional

# Nrich como fuente inagotable...

Ordena las siguientes operaciones, de más fácil a más difícil. Trata de hacer esto sin calcular realmente cada respuesta.

$$42 + 47$$

$$42 + 18$$

$$42 + 39$$

$$42 + 3$$

¿Y con estas restas?

$$26 - 18$$

$$26 - 7$$

$$26 - 3$$

$$26 - 10$$



# Una tarea

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \quad 585 \\ x \quad 40 \\ \hline \end{array}$$

\_\_\_\_\_

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \quad 717 \\ x \quad 18 \\ \hline \end{array}$$

\_\_\_\_\_

$$\begin{array}{r} \textcircled{3} \quad 881 \\ x \quad 54 \\ \hline \end{array}$$

\_\_\_\_\_

$$\begin{array}{r} \textcircled{4} \quad 421 \\ x \quad 91 \\ \hline \end{array}$$

\_\_\_\_\_

$$\begin{array}{r} \textcircled{5} \quad 641 \\ x \quad 66 \\ \hline \end{array}$$

\_\_\_\_\_

$$\begin{array}{r} \textcircled{6} \quad 996 \\ x \quad 97 \\ \hline \end{array}$$

\_\_\_\_\_

$$\begin{array}{r} \textcircled{7} \quad 831 \\ x \quad 46 \\ \hline \end{array}$$

\_\_\_\_\_

$$\begin{array}{r} \textcircled{8} \quad 542 \\ x \quad 39 \\ \hline \end{array}$$

\_\_\_\_\_

$$\begin{array}{r} \textcircled{9} \quad 216 \\ x \quad 64 \\ \hline \end{array}$$

\_\_\_\_\_

$$\begin{array}{r} \textcircled{10} \quad 767 \\ x \quad 71 \\ \hline \end{array}$$

\_\_\_\_\_

$$\begin{array}{r} \textcircled{11} \quad 4137 \\ x \quad 89 \\ \hline \end{array}$$

\_\_\_\_\_

$$\begin{array}{r} \textcircled{12} \quad 8780 \\ x \quad 97 \\ \hline \end{array}$$

\_\_\_\_\_

Otra tarea

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

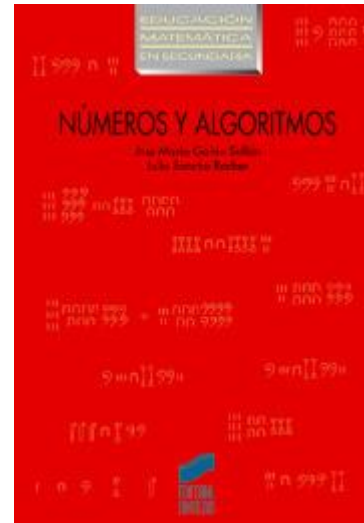
$$\begin{array}{r} 127 \\ \times 25 \\ \hline \end{array}$$

¡Al revés!

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 8 \\ \hline 16 \\ 56 \\ \hline 216 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 127 \\ \times 25 \\ \hline 24 \\ 14 \\ \hline 254 \\ \hline \cancel{5} 5 \\ 10 \\ 35 \\ \hline 635 \end{array}$$
  
$$\begin{array}{r} \cancel{6} 35 \\ 254 \\ \hline 3175 \end{array}$$

An arrow points from the final result of the second multiplication (3175) to the final result of the first multiplication (216).



# ¿Cuál es más difícil?

## **Problema A**

*Compras 12 bolsas que contienen 125 tornillos cada una.  
¿Cuántos tornillos has comprado?*

## **Problema B**

*Ignacio tiene seis veces el dinero de Juan y el doble del dinero de Paco. ¿Cuántas veces de más o de menos tiene Paco el dinero de Juan?*

# Algoritmo de resta alternativo desarrollado por una alumna (CEIP Montecanal)

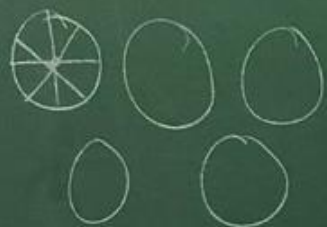
1º Cuando la cifra del minuendo es menor que la del sustraendo, mentalmente invierten las cifras de modo que “al grande se le quita el pequeño”.

2º Posteriormente, después de la inversión de cifras, el resultado se le resta a 10. Se anota este segundo resultado.

3º Si se ha realizado esta inversión “me llevo una”.

4º Continuación del algoritmo.

7	5	6
2	6	7

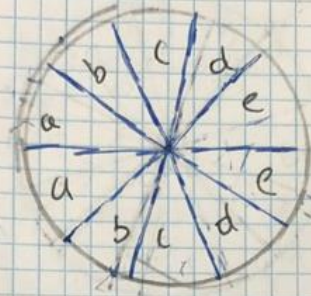
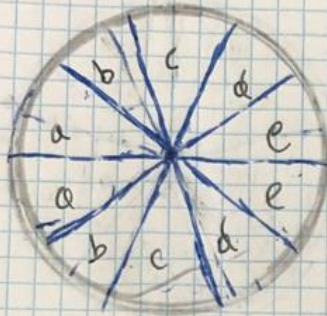


$$\begin{array}{r}
 (5, 8) \\
 \hline
 50 \quad 8 \\
 - 48 \quad 0,625 \\
 \hline
 20 \\
 - 16 \\
 \hline
 040 \\
 - 40 \\
 \hline
 00
 \end{array}$$

Lo que tengo	Lo que doy	Lo que doy en total	Lo que sobra
5 [1]	0 [1]	0 [1]	5 [1]
50 [1/10]	6 [1/10]	48 [1/10]	2 [1/10]
20 [1/10 <sup>2</sup> ]	2 [1/10 <sup>2</sup> ]	16 [1/10 <sup>2</sup> ]	4 [1/10 <sup>2</sup> ]
10 [1/10 <sup>3</sup> ]	5 [1/10 <sup>3</sup> ]	40 [1/10 <sup>3</sup> ]	0 [1/10 <sup>3</sup> ]

$$\frac{6}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000} = \frac{600}{1000} + \frac{20}{1000} + \frac{5}{1000} = \frac{625}{1000} = \frac{5}{8}$$

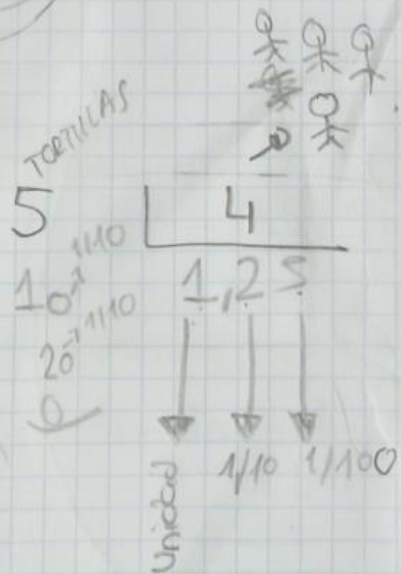
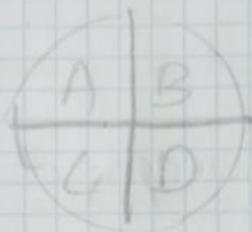




T 2  
(3, 5)

	Lo que tengo	Lo que doy a cada uno en esta fase	Lo que doy en total en cada fase	Lo que sobra en esta fase
1ª fase	3 [1]	0 [1]	0 [1]	3 [1]
2ª fase	30 [110]	6 [110]	30 [10]	0 [10]

A B C D = personas





5 tortillas = 1 para cada uno

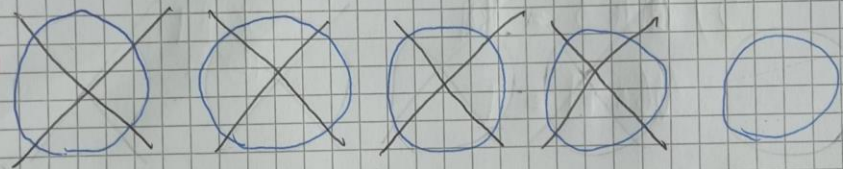
La tortilla que sobra se parte en 10 cachas.

10 horas = 2 horas para cada persona y sobran 2

Los 2 horas que sobran se parten en 10 cada uno

20 horas = 5 horas para cada persona.

Fase 1



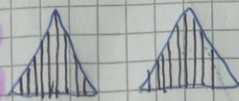
una para cada persona.

Fase 2



Se divide en 10 horas iguales dando así 2 para cada persona y sobrando también 2.

Fase 3



Se subdividen en 10 horas iguales cada una (en total 20) y como 20 es múltiplo de 4 (4x5) ya se acaban las fases de reparto.

una tortilla.  
2 horas de tortilla.  
1.25 = 5 horas de los 2 horas de tortilla.

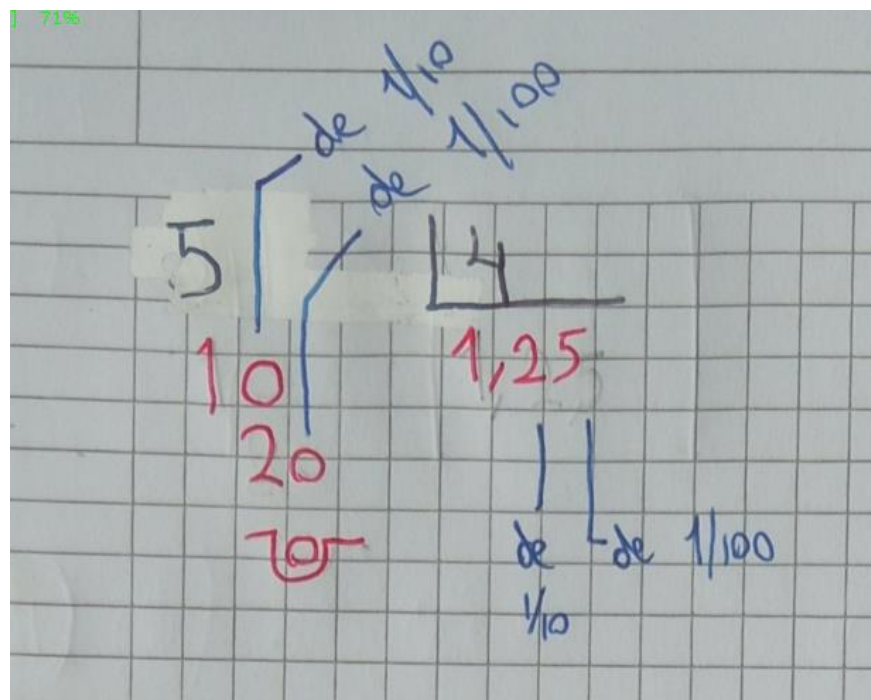
En total cada persona se lleva 1,25 de tortilla.

Fase 1

Fase 2

Fase 3

	Lo q tengo	Lo q doy a cada uno	Lo q doy en total	Lo q sobra
Fase 1	5 tortillas	1 tortilla	4 tortillas	1 tortilla
Fase 2	1 tortilla	2 horas de tortilla	8 horas de tortilla	2 horas de tortilla
Fase 3	2 horas de tortilla	5 horas de los 2 horas de tortilla	20 horas de los dos horas de tortilla	0 horas.







# LAS PRUEBAS DE LA EDUCACIÓN

18 DE FEBRERO  
CAIXAFORUM VALENCIA

## MATEMÁTICAS MANIPULATIVAS Y PENSAMIENTO COMPUTACIONAL

Pablo Beltrán Pellicer  
(Universidad de Zaragoza)

EduCaixa  
Fundación "la Caixa"

Universidad  
del País Vasco  
Euskal Herriko  
Unibertsitatea

Kultura  
Zientifikoko Katedra  
Cátedra  
Cultura Científica

fundación  
PROMAESTRO

EDULAB  
teams

Colabora



Forum Europeu d'Administradors de  
l'Educació de la Comunitat Valenciana





# LAS PRUEBAS DE LA EDUCACIÓN

18 DE FEBRERO  
CAIXAFORUM VALENCIA

12:00-12:25 | **DESCANSO-CAFÉ EN PLAZA ÁGORA**

*Y después...*

AUDITORIO | **AGRUPACIÓN DEL ALUMNADO Y COLABORACIÓN  
DOCENTE EFECTIVA: ¿QUÉ NOS DICE LA CIENCIA?**

Con Rocío García Carrión y Sara Carbonell

AULA 1 SUR | **EL ABP, UNA METODOLOGÍA CON RECETA**

Con Fátima García Doval

AULA 2 NORTE | **TRABAJAR CON LAS FAMILIAS: RECOMENDACIONES  
PRÁCTICAS BASADAS EN EVIDENCIAS**

Con Isabel Rivero

EduCaixa  
Fundación "la Caixa"

Universidad  
del País Vasco  
Euskal Herriko  
Unibertsitatea  
Kultura  
Zientifikoko Katedra  
Cátedra  
Cultura Científica

fundación  
PROMAESTRO

EDULAB  
teams

Colabora



Forum Europeu d'Administradors de  
l'Educació de la Comunitat Valenciana