



LAS PRUEBAS DE LA EDUCACIÓN

18 DE FEBRERO
CAIXAFORUM VALENCIA

MATEMÁTICAS MANIPULATIVAS Y PENSAMIENTO COMPUTACIONAL

Pablo Beltrán Pellicer
(Universidad de Zaragoza)

EduCaixa
Fundación "la Caixa"

Universidad
del País Vasco
Euskal Herriko
Unibertsitatea

Kultura
Zientifikoko Katedra
Cátedra
Cultura Científica

fundación
PROMAESTRO

EDULAB
teams

Colabora



Forum Europeu d'Administradors de
l'Educació de la Comunitat Valenciana

MANIPULATIVOS Y PENSAMIENTO COMPUTACIONAL EN MATEMÁTICAS

Pablo Beltrán-Pellicer

pbeltran@unizar.es

 @pbeltranp

www.tierradenumeros.com



Universidad
Zaragoza



Recuerdos del ayer

<https://www.researchgate.net/publication/357278703> Recuerdos del ayer

Pensamiento computacional

- ¿Es más fácil el algoritmo escrito de la suma que el cálculo oral?
- Están basados en reglas que son poco intuitivas para el alumnado, basadas en propiedades del SND.
- Son reglas difíciles de justificar.
- Necesitan realizar un esfuerzo importante de memorización.
- Han perdido su utilidad.

Repensemos el papel que han de jugar en el aprendizaje.

Pensamiento computacional

- Los alumnos deberían comprender y saber justificar las reglas del algoritmo.
- Es importante que el alumnado sepa utilizar otras técnicas de cálculo:
 - Cálculo mental.
 - Calculadora.

$$\begin{array}{r} 4 \quad 3 \quad 5 \\ \begin{array}{r} 1 \quad 2 \quad 9 \quad 6 \\ \hline 5 \quad 6 \quad 4 \quad 0 \quad 2 \quad 1 \\ 4 \quad 3 \quad 4 \\ \hline 1 \quad 2 \quad 9 \quad 0 \\ \quad 8 \quad 7 \quad 0 \\ \hline 4 \quad 2 \quad 0 \quad 2 \\ 3 \quad 9 \quad 1 \quad 5 \\ \hline 2 \quad 8 \quad 7 \quad 1 \\ 2 \quad 6 \quad 1 \quad 0 \\ \hline 2 \quad 6 \quad 1 \end{array} \end{array}$$

En primer ciclo, solo cálculo oral y escrito en horizontal...

Algoritmo de la suma con puntos, barras...

- ¿Qué instrucciones hay que dar a los alumnos para que la manipulación de ese material les permita realizar la suma $453+378$ y justificar, posteriormente, el algoritmo de la suma?
- Escribe el algoritmo de la suma de $453+378$, e indica qué significan las *llevadas*.

Resta

- Anglosajón vs tradicional

Nrich como fuente inagotable...

Ordena las siguientes operaciones, de más fácil a más difícil. Trata de hacer esto sin calcular realmente cada respuesta.

$$42 + 47$$

$$42 + 18$$

$$42 + 39$$

$$42 + 3$$

¿Y con estas restas?

$$26 - 18$$

$$26 - 7$$

$$26 - 3$$

$$26 - 10$$

Una tarea

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \quad 585 \\ x \quad 40 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \quad 717 \\ x \quad 18 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{3} \quad 881 \\ x \quad 54 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{4} \quad 421 \\ x \quad 91 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{5} \quad 641 \\ x \quad 66 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{6} \quad 996 \\ x \quad 97 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{7} \quad 831 \\ x \quad 46 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{8} \quad 542 \\ x \quad 39 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{9} \quad 216 \\ x \quad 64 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{10} \quad 767 \\ x \quad 71 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{11} \quad 4137 \\ x \quad 89 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{12} \quad 8780 \\ x \quad 97 \\ \hline \end{array}$$

Otra tarea

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 127 \\ \times 25 \\ \hline \end{array}$$

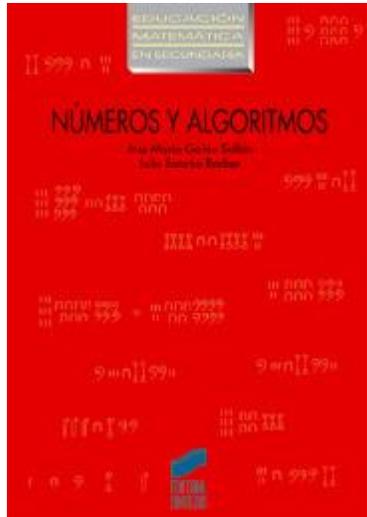
¡Al revés!

$$\begin{array}{r}
 27 \\
 \times 8 \\
 \hline
 16 \\
 56 \\
 \hline
 216
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 127 \\
 \times 25 \\
 \hline
 24 \\
 14 \\
 \hline
 254 \\
 \hline
 \del{5} 5 \\
 10 \\
 35 \\
 \hline
 635
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \del{6} 35 \\
 254 \\
 \hline
 3175
 \end{array}$$

An arrow points from the final result of the second calculation (3175) to the final result of the first calculation (216).



¿Cuál es más difícil?

Problema A

*Compras 12 bolsas que contienen 125 tornillos cada una.
¿Cuántos tornillos has comprado?*

Problema B

Ignacio tiene seis veces el dinero de Juan y el doble del dinero de Paco. ¿Cuántas veces de más o de menos tiene Paco el dinero de Juan?

Algoritmo de resta alternativo desarrollado por una alumna (CEIP Montecanal)

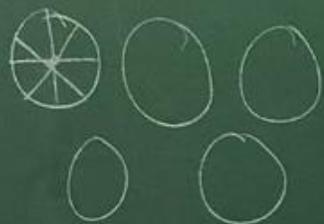
1º Cuando la cifra del minuendo es menor que la del sustraendo, mentalmente invierten las cifras de modo que “al grande se le quita el pequeño”.

2º Posteriormente, después de la inversión de cifras, el resultado se le resta a 10. Se anota este segundo resultado.

3º Si se ha realizado esta inversión “me llevo una”.

4º Continuación del algoritmo.

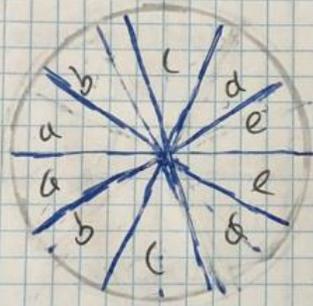
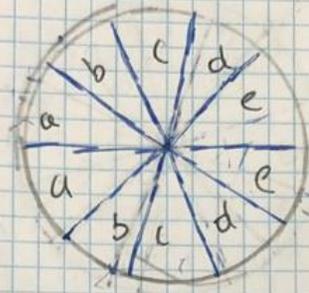
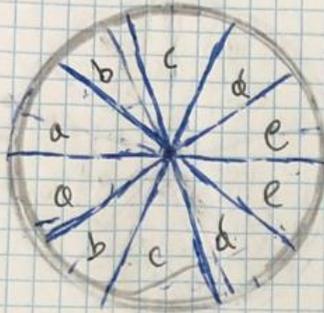
7	5	6
2	6	7



$$\begin{array}{r}
 (5, 8) \\
 \hline
 50 \quad | \quad 8 \\
 - 48 \quad | \quad 0,625 \\
 \hline
 20 \\
 - 16 \\
 \hline
 040 \\
 - 40 \\
 \hline
 00
 \end{array}$$

Lo que tengo	Lo que doy	Lo que doy en total	Lo que sobra
5 [1]	0 [1]	0 [1]	5 [1]
50 [1/10]	6 [1/10]	48 [1/10]	2 [1/10]
20 [1/10 ²]	2 [1/10 ²]	16 [1/10 ²]	4 [1/10 ²]
10 [1/10 ³]	5 [1/10 ³]	40 [1/10 ³]	0 [1/10 ³]

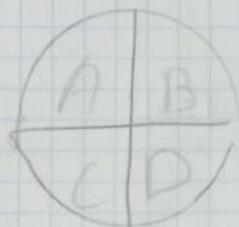
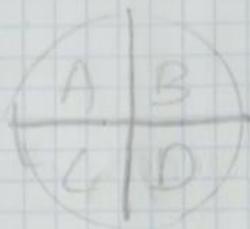
$$\frac{6}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000} = \frac{600}{1000} + \frac{20}{1000} + \frac{5}{1000} = \frac{625}{1000} = \frac{5}{8}$$



T 2
(3, 5)

	Lo que tengo	Lo que doy a cada uno en esta fase	Lo que doy en total en cada fase	Lo que sobra en esta fase
1ª fase	3 [1]	0 [1]	0 [1]	3 [1]
2ª fase	30 [110]	6 [110]	30 [10]	0 [10]

A B C D = personas



TORTILLAS

5 | 4

10⁻¹ 1/10

20⁻¹ 1/20

0

1 2 3

↓ ↓ ↓

Unidad 1/10 1/100



5 tortillas = 1 para cada uno

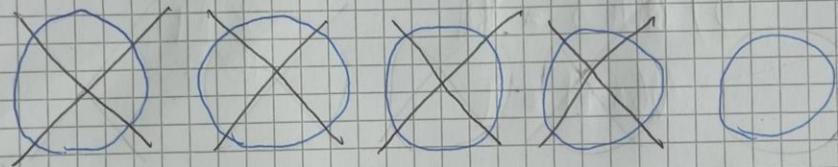
La tortilla que sobra se parte en 10 cachas.

10 horas = 2 horas para cada persona y sobran 2

Las 2 horas que sobran se parten en 10 cada uno

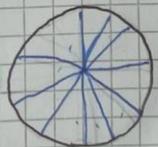
20 horas = 5 horas para cada persona.

Fase 1



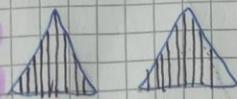
una para cada persona.

Fase 2



Se divide en 10 horas iguales dando así 2 para cada persona y sobrando también 2.

Fase 3



Se subdividen en 10 horas iguales cada una (en total 20) y como 20 es múltiplo de 4 (4x5) ya se acaban las fases de reparto.

una tortilla.
2 horas de tortilla.
1.25 = 5 horas de las 2 horas de tortilla.

En total cada persona se lleva 1,25 de tortilla.

Fase 1

Lo q tengo

Lo q doy a cada uno

Lo q doy en total

Lo q sobra

5 tortillas

1 tortilla

4 tortillas

1 tortilla

Fase 2

1 tortilla

2 horas de tortilla

8 horas de tortilla

2 horas de tortilla

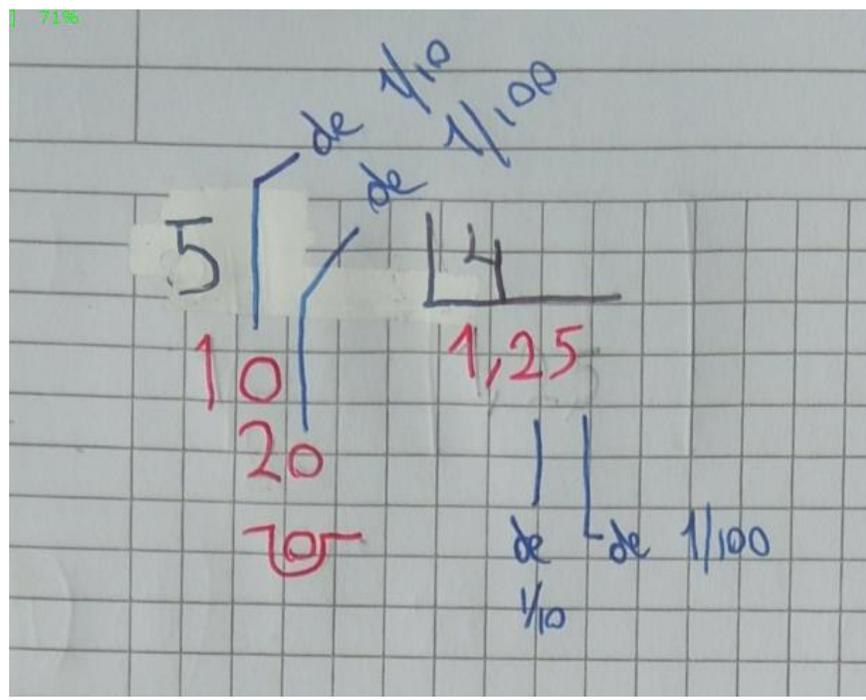
Fase 3

2 horas de tortilla

5 horas de los 2 horas de tortilla

20 horas de los dos horas de tortilla

0 horas.





LAS PRUEBAS DE LA EDUCACIÓN

18 DE FEBRERO
CAIXAFORUM VALENCIA

MATEMÁTICAS MANIPULATIVAS Y PENSAMIENTO COMPUTACIONAL

Pablo Beltrán Pellicer
(Universidad de Zaragoza)

EduCaixa
Fundación "la Caixa"

Universidad
del País Vasco
Euskal Herriko
Unibertsitatea

Kultura
Zientifikoko Katedra
Cátedra
Cultura Científica

fundación
PROMAESTRO

EDULAB
teams

Colabora



Forum Europeu d'Administradors de
l'Educació de la Comunitat Valenciana



LAS PRUEBAS DE LA EDUCACIÓN

18 DE FEBRERO
CAIXAFORUM VALENCIA

12:00-12:25 | **DESCANSO-CAFÉ EN PLAZA ÁGORA**

Y después...

AUDITORIO | **AGRUPACIÓN DEL ALUMNADO Y COLABORACIÓN
DOCENTE EFECTIVA: ¿QUÉ NOS DICE LA CIENCIA?**

Con Rocío García Carrión y Sara Carbonell

AULA 1 SUR | **EL ABP, UNA METODOLOGÍA CON RECETA**

Con Fátima García Doval

AULA 2 NORTE | **TRABAJAR CON LAS FAMILIAS: RECOMENDACIONES
PRÁCTICAS BASADAS EN EVIDENCIAS**

Con Isabel Rivero

EduCaixa
Fundación "la Caixa"

Universidad
del País Vasco
Euskal Herriko
Unibertsitatea

Kultura
Zientifikoko Katedra
Cátedra
Cultura Científica

fundación
PROMAESTRO

EDULAB
teams

Colabora



Forum Europeu d'Administradors de
l'Educació de la Comunitat Valenciana